

## SOLUZIONE COMPITO DI TOPOGRAFIA

Della particella pentagonale ABCDE, con lati a pendenza costante, sono note le coordinate planimetriche dei vertici, rispetto ad un sistema di coordinate cartesiane ortogonali:

VERTICI	ASCISSE	ORDINATE	QUOTE
A	258,75 m	208,80 m	115,37 m
B	388,60 m	75,40 m	109,28 m
C	210,20 m	65,45 m	99,01 m
D	50,35 m	36,25 m	105,69 m
E	73,10 m	148,70 m	110,28 m

Dovendosi effettuare una compravendita di una porzione di terreno identificato da tale particella e successivamente inserire una strada tra i due terreni formati, il candidato:

- 1) frazioni la particella in due parti, con dividente parallela al lato AB, staccando un'area pari ad  $\frac{1}{4}$  dell'area totale, verso AB;
- 2) detti M ed N rispettivamente gli estremi della dividente su AE e su BC, ne determini le coordinate planimetriche e le quote;
- 3) inserisca una curva monocentrica tangente ai tre rettilinei ED, EM, ed MN individuando il valore del raggio e la posizione dei punti di tangenza (T1 su ED, T2 su EM e T3 su MN);
- 4) realizzi il profilo longitudinale in corrispondenza dei picchetti D, T1, T2, T3, N, dopo avere inserito una livelletta di compenso con pendenza pari al 2%, in salita da D ad N, e determini le quote rosse e le quote dei punti di passaggio.

Inoltre il candidato rappresenti la planimetria della particella al termine dei lavori in scala 1 : 2000 e il profilo longitudinale completo del tratto di strada in scala 1 : 1000 / 1 : 100.

### 01. CALCOLO DELL'AREA DELLA PARTICELLA ABCDE E RELATIVA PORZIONE

$$S_{ABCDE} = \frac{1}{2} [y_A(x_B - x_E) + y_B(x_C - x_A) + y_C(x_D - x_B) + y_D(x_E - x_C) + y_E(x_F - x_D)]$$

$$S_{ABCDE} = \frac{1}{2} [208,80 \cdot (388,60 - 73,10) + 75,40 \cdot (210,20 - 258,75) - 65,45 \cdot (50,35 - 388,60) + 36,25 \cdot (73,10 - 210,20 + 148,70 \cdot (258,75 - 50,35))] = 55186,70 \text{ m}^2$$

$$S_{ABNM} = \frac{1}{4} 55186,70 = 13796,67 \text{ m}^2$$

### 02. CALCOLO DELLE LUNGHEZZE DEI LATI DELLA PARTICELLA

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} = \sqrt{(388,60 - 258,75)^2 + (75,40 - 208,80)^2} = 186,16 \text{ m}$$

$$BC = \sqrt{(x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2} = \sqrt{(210,20 - 388,60)^2 + (-65,45 - 75,40)^2} = 227,30 \text{ m}$$

$$CD = \sqrt{(x_D - x_C)^2 + (y_D - y_C)^2} = \sqrt{(50,35 - 210,20)^2 + (36,25 - (-65,45))^2} = 189,46 \text{ m}$$

$$DE = \sqrt{(x_E - x_D)^2 + (y_E - y_D)^2} = \sqrt{(73,10 - 50,35)^2 + (148,70 - 36,25)^2} = 114,73 \text{ m}$$

$$EA = \sqrt{(x_A - x_E)^2 + (y_A - y_E)^2} = \sqrt{(258,75 - 73,10)^2 + (208,80 - 148,70)^2} = 195,14 \text{ m}$$

### 03. CALCOLO DEGLI AZIMUT

$$(AB) = 200 + \text{arctg} \frac{x_B - x_A}{y_B - y_A} = 200 + \text{arctg} \frac{388,60 - 258,75}{75,40 - 208,80} = 200 - 49,14155 = 150,85845$$

$$(BA) = (AB) + 200 = 150,85845 + 200 = 350,85845$$

$$(BC) = 200 + \text{arctg} \frac{x_C - x_B}{y_C - y_B} = 200 + \text{arctg} \frac{210,20 - 388,60}{-65,45 - 75,40} = 200 + 57,45364 = 257,45364$$

$$(CB) = (BC) - 200 = 257,45364 - 200 = 57,45364$$

$$(CD) = 400 - \text{arctg} \frac{x_D - x_C}{y_D - y_C} = 400 - \text{arctg} \frac{50,35 - 210,20}{36,25 - (-65,45)} = 400 - 63,92734 = 336,07266$$

$$(DC) = (CD) - 200 = 336,07266 - 200 = 136,07266$$

$$(DE) = \text{arctg} \frac{x_E - x_D}{y_E - y_D} = \text{arctg} \frac{73,10 - 50,35}{148,70 - 36,25} = 12,70806$$

$$(ED) = (DE) + 200 = 12,70806 + 200 = 212,70806$$

$$(EA) = \text{arctg} \frac{x_A - x_E}{y_A - y_E} = \text{arctg} \frac{258,75 - 73,10}{208,80 - 148,70} = 80,06868$$

$$(AE) = (EA) + 200 = 80,06868 + 200 = 280,06868$$

### 04. CALCOLO DEGLI ANGOLI INTERNI

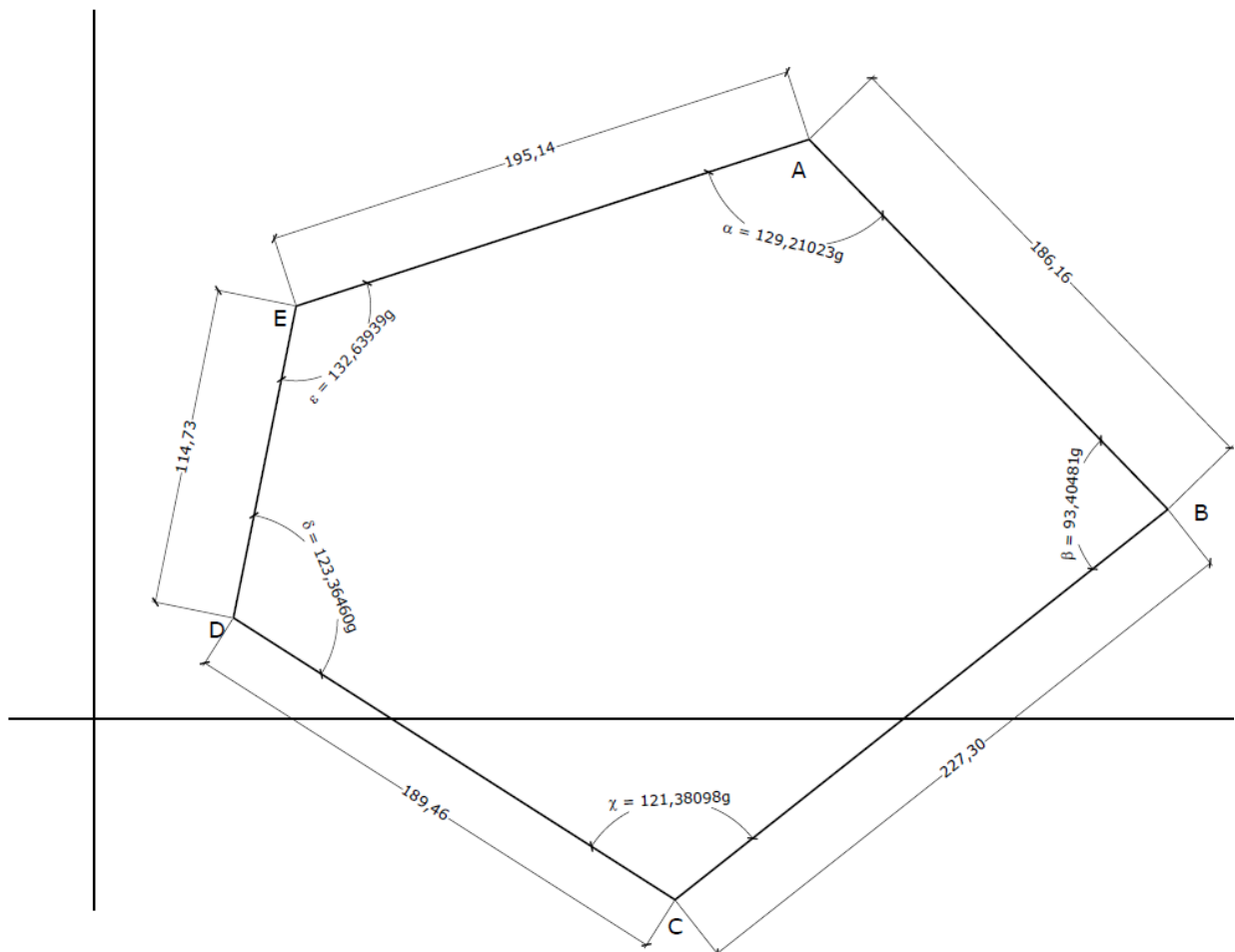
$$\alpha = (AE) - (AB) = 280,06868 - 150,85845 = 129,21023$$

$$\beta = (BA) - (BC) = 350,85845 - 257,45364 = 93,40481$$

$$\chi = 400 - [(CD) - (CB)] = 400 - (336,07266 - 57,45364) = 121,38098$$

$$\delta = (DC) - (DE) = 136,07266 - 12,70806 = 123,36460$$

$$\varepsilon = (ED) - (EA) = 212,70806 - 80,06868 = 132,63938$$



## 05. CALCOLO DELLA DISTANZA H DELLA DIVIDENTE MN DA AB

Si calcola l'altezza h (distanza tra la dividente MN dal lato AB) con l'equazione di secondo grado ricavabile con il metodo del trapezio:

$$(ctg\alpha + ctg\beta) \cdot h^2 - 2 \cdot AB \cdot h - 2 \cdot S_{ABNM} = 0$$

$$h_{1,2} = \frac{-AB \pm \sqrt{AB^2 - 4 \cdot (ctg\alpha + ctg\beta) \cdot S_{ABNM}}}{(ctg\alpha + ctg\beta)}$$

$$h_{1,2} = \frac{186,16 \pm \sqrt{186,16^2 - 4 \cdot (ctg129,21023 + ctg93,40481) \cdot 13796,67}}{(ctg129,21023 + ctg93,40481)}$$

$$h_1 = -1023,72 \text{ (soluzione non valida)} \quad h_2 = 69,11 \text{ m (soluzione valida)}$$

## 06. CALCOLO DELLE DISTANZE AM, ME, BN, NC E MN

$$AM = \frac{h}{\cos(\alpha - 100)} = \frac{69,11}{\cos(129,21023 - 100)} = 77,08 \text{ m}$$

$$ME = EA - AM = 195,14 - 77,08 = 118,06 \text{ m}$$

$$BN = \frac{h}{\cos(100 - \beta)} = \frac{69,11}{\cos(100 - 93,40481)} = 69,48 \text{ m}$$

$$NC = BC - BN = 227,30 - 69,48 = 157,82 \text{ m}$$

$$MN = AB + h \cdot tg(\alpha - 100) - h \cdot tg(100 - \beta) = 186,16 + 69,11 \cdot (tg 29,21023 - tg 6,59519) = 213,11 \text{ m}$$

## 07. CALCOLO DELLE COORDINATE E DELLE QUOTE DEGLI ESTREMI M ED N DELLA DIVIDENTE

$$(AM) = (AE) = 280,06868$$

$$(BN) = (BC) = 257,45364$$

$$x_M = x_A + AM \cdot \sin(AM) = 258,75 + 77,08 \cdot \sin 280,06868 = 185,42 \text{ m}$$

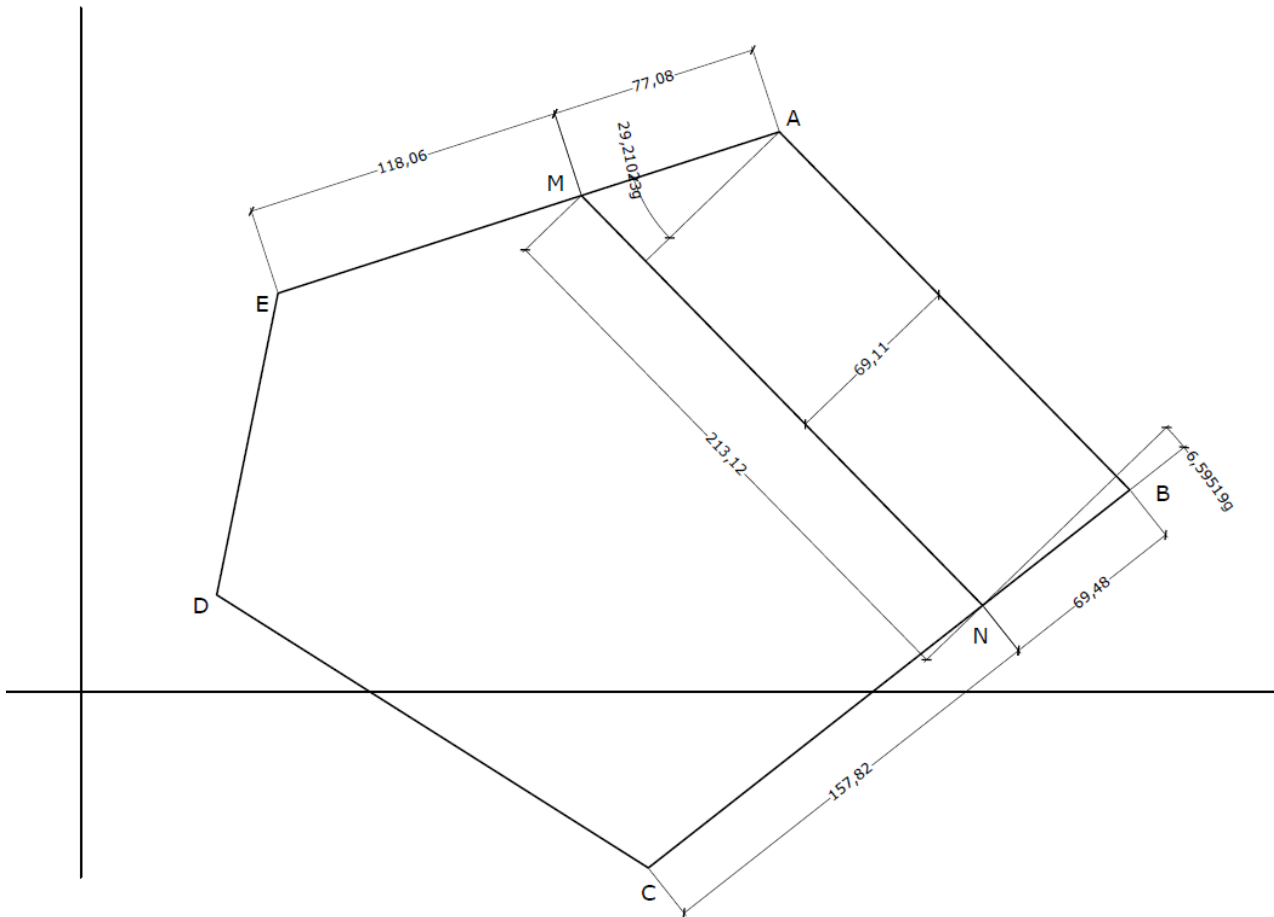
$$y_M = y_A + AM \cdot \cos(AM) = 208,80 + 77,08 \cdot \cos 280,06868 = 185,06 \text{ m}$$

$$x_N = x_B + BN \cdot \sin(BN) = 388,60 + 69,48 \cdot \sin 257,45364 = 334,07 \text{ m}$$

$$y_N = y_B + BN \cdot \cos(BN) = 75,40 + 69,48 \cdot \cos 257,45364 = 32,35 \text{ m}$$

$$Q_M = Q_E + \frac{Q_A - Q_E}{EA} \cdot EM = 110,28 + \frac{115,38 - 110,28}{195,14} \cdot 118,06 = 113,36 \text{ m}$$

$$Q_N = Q_C + \frac{Q_B - Q_C}{BC} \cdot NC = 99,01 + \frac{109,28 - 99,01}{227,30} \cdot 157,82 = 106,14 \text{ m}$$



### 08. CALCOLO DEGLI ELEMENTI DELLA CURVA MONOCENTRICA TANGENTE A TRE RETTIFILI

$$\omega = 200 - (200 - \alpha) - (200 - \varepsilon) = \alpha + \varepsilon - 200 = 129,21023 + 132,63938 - 200 = 61,84961$$

$$\alpha_1 = 200 - \alpha = 200 - 129,21023 = 70,78977$$

$$\varepsilon_1 = 200 - \varepsilon = 200 - 132,63928 = 67,36062$$

$$EV = \frac{EM}{\text{sen}\omega} \text{sen}\alpha_1 = \frac{118,06}{\text{sen}61,84961} \text{sen}70,78977 = 128,18 \text{ m}$$

$$MV = \frac{EM}{\text{sen}\omega} \text{sen}\varepsilon_1 = \frac{118,06}{\text{sen}61,84961} \text{sen}67,36062 = 124,59 \text{ m}$$

$$p = \frac{EM + EV + MV}{2} = \frac{118,06 + 128,18 + 124,59}{2} = 185,42 \text{ m}$$

$$S_{MVE} = \frac{EV \cdot VM \cdot \text{sen}\omega}{2} = \frac{128,18 \cdot 124,59 \cdot \text{sen}61,84961}{2} = 6593,60 \text{ m}$$

– Calcolo degli elementi della curva

– Raggio:  $R = \frac{S_{EVM}}{p - EM} = \frac{6593,60}{185,42 - 118,06} = 97,89 \text{ m}$

– Tangenti (2° metodo):

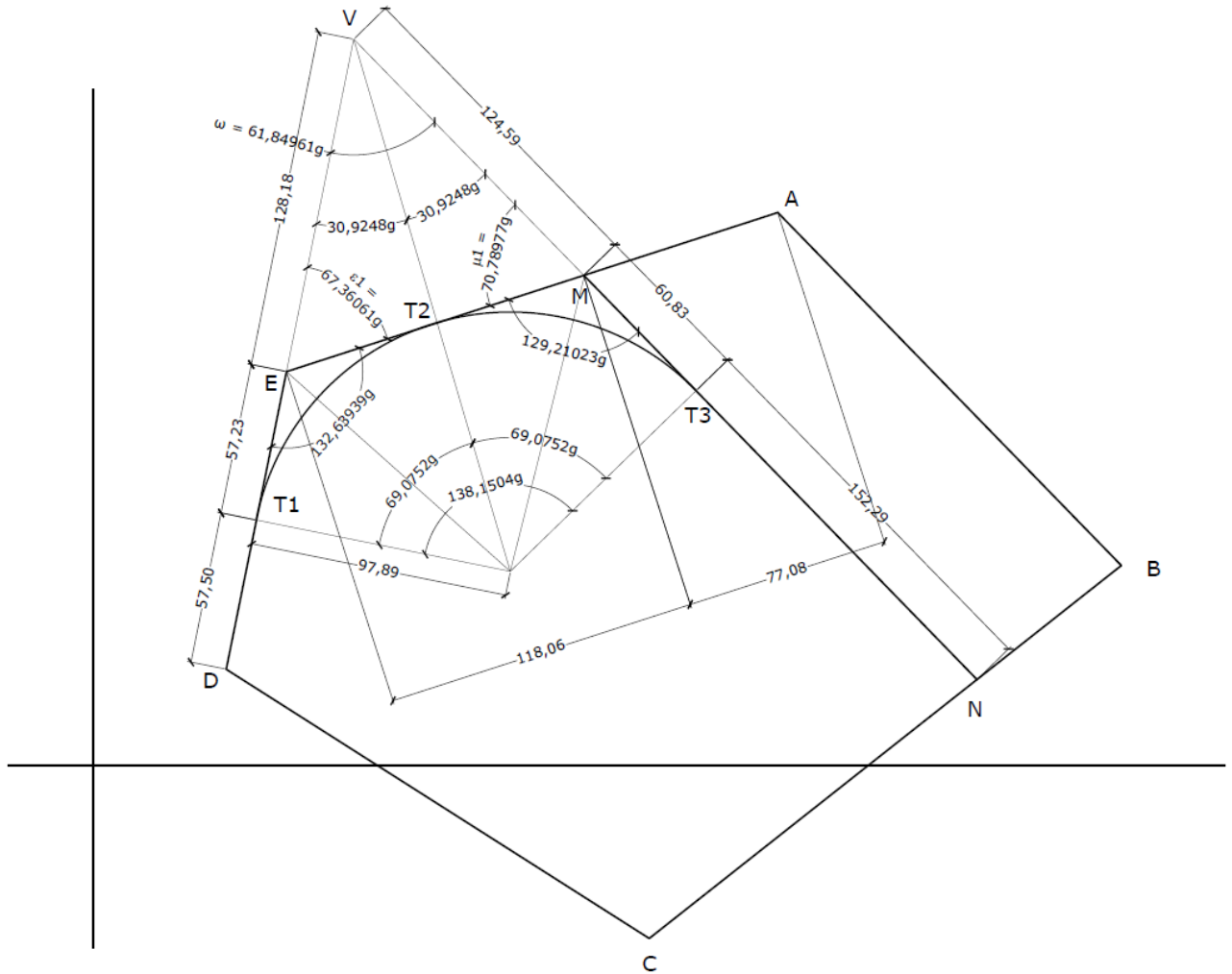
$$ET_1 = ET_2 = R \cdot \tan(\varepsilon_1 / 2) = 97,89 \cdot \tan(67,36062 / 2) = 57,23 \text{ m}$$

$$MT_2 = MT_3 = R \cdot \tan(\alpha_1 / 2) = 97,89 \cdot \tan(70,78977 / 2) = 60,82 \text{ m}$$

– Sviluppo curve:

$$S_1 = R \cdot \epsilon_1^{\text{rad}} = 97,89 \cdot (67,36062 \cdot \pi / 200) = 103,58 \text{ m}$$

$$S_2 = R \cdot \alpha_1^{\text{rad}} = 97,89 \cdot (70,78977 \cdot \pi / 200) = 108,85 \text{ m}$$



### 09. CALCOLO DELLE QUOTE DEL TERRENO

$$Q_{T_1} = Q_D + \frac{Q_E - Q_D}{DE} DT_1 = 105,69 + \frac{110,28 - 105,69}{114,73} 57,50 = 107,99 \text{ m}$$

$$Q_{T_2} = Q_E + \frac{Q_A - Q_E}{EA} ET_2 = 110,28 + \frac{115,37 - 110,28}{195,14} 57,23 = 111,77 \text{ m}$$

$$Q_{T_3} = Q_N + \frac{Q_M - Q_N}{MN} NT_3 = 106,14 + \frac{113,36 - 106,14}{213,11} 152,29 = 111,30 \text{ m}$$

### 10. CALCOLO DELLE QUOTE DI PROGETTO E DELLE QUOTE ROSSE

– Calcolo dell'area sottesa dal profilo longitudinale:

$$S = \frac{(Q_D + Q_{T_1})}{2} DT_1 + \frac{(Q_{T_1} + Q_{T_2})}{2} S_1 + \frac{(Q_{T_2} + Q_{T_3})}{2} S_2 + \frac{(Q_{T_3} + Q_N)}{2} T_3N$$

$$S = \frac{(105,69 + 107,99)}{2} 57,50 + \frac{(107,99 + 111,77)}{2} 103,58 + \frac{(111,77 + 111,30)}{2} 108,85 + \frac{(111,30 + 106,14)}{2} 152,29$$

$$S = 6143,30 + 11381,37 + 12140,58 + 16556,97 = 46222,22 \text{ m}^2$$

– Quote di progetto della livelletta: si impone l'uguaglianza dell'area sottesa del profilo longitudinale del terreno con l'area sottesa dalla livelletta a pendenza costante.

$$Q'_D = \frac{S}{L_{liv}} - \frac{pL_{liv}}{2} = \frac{46222,22}{422,22} - \frac{0,02 \cdot 422,22}{2} = 105,25 \text{ m}$$

$$Q'_{T1} = Q'_D + pDT_1 = 105,25 + 0,02 \cdot 57,50 = 106,40 \text{ m}$$

$$Q'_{T2} = Q'_D + pDT_2 = 105,25 + 0,02 \cdot 161,08 = 108,47 \text{ m}$$

$$Q'_{T3} = Q'_D + pDT_3 = 105,25 + 0,02 \cdot 269,93 = 110,65 \text{ m}$$

$$Q'_N = Q'_N + pDN = 105,25 + 0,02 \cdot 422,22 = 113,69 \text{ m}$$

– Calcolo delle quote rosse.

$$q_D = Q'_D - Q_D = 105,25 - 105,69 = -0,44 \text{ m}$$

$$q_{T1} = Q'_{T1} - Q_{T1} = 106,40 - 107,99 = -1,59 \text{ m}$$

$$q_{T2} = Q'_{T2} - Q_{T2} = 108,47 - 111,77 = -3,30 \text{ m}$$

$$q_{T3} = Q'_{T3} - Q_{T3} = 110,65 - 111,30 = -0,65 \text{ m}$$

$$q_N = Q'_N - Q_N = 113,69 - 106,14 = 7,55 \text{ m}$$

– Calcolo della distanza e della quota del punto di passaggio P.

$$T_3P = \frac{q_{T3} \cdot T_3N}{q_{T3} + q_N} = \frac{|0,65| \cdot 152,29}{|0,65| + |7,55|} = 12,07 \text{ m}$$

$$Q'_P = Q'_D + pDP = 105,25 + 0,02 \cdot (269,93 + 12,07) = 110,89 \text{ m}$$

